Al 27-lea Concurs Național de Matematică Aplicată ,,Adolf Haimovici"
Etapa zonală, 15 februarie 2025

Clasa a IX-a - H1 - Tehnic

Soluții și bareme

Problema 1.

Pentru a trata un bolnav cu hiperaciditate gastrică se poate administra și o pulbere (praf Bourget) care conține: bicarbonat de sodiu (10 g), sulfat de sodiu (8 g), carbonat de magneziu (6 g) și carbonat de calciu (4 g). Calculați cu două zecimale exacte ce cantitate de bicarbonat de sodiu trebuie să conțină preparatul final astfel încât să asigure o administrare cu 4 lingurițe pe zi, timp de 10 zile, știind că o linguriță conține aproximativ 4 g de pulbere.

Szabó Andrea, Covasna

Soluție.

Cantitate de 28 g este insuficientă pentru $4 \cdot 4 \cdot 10 = 160$ g necesare. **1p**
Înlocuim proporțional cu x, y, z, t măsurile în grame a cantităților și avem $x + y + z + t = 160$. **2p**
$\frac{x}{10} = \frac{y}{8} = \frac{z}{6} = \frac{t}{4} = k$. **1p**
Deducem că $160 = 28k$, deci $k = 5,71$. **2p**
și $x = 57,1$ g bicarbonat de sodiu. **1p**

Problema 2.

Dat fiind numărul rațional $\dfrac{31}{33} = 0, a_1a_2a_3...$, de câte ori apare cifra 9 între zecimalele $a_1, a_2, a_3, ..., a_{2025}$?

Urus József-Norbert, Sfântu Gheorghe

Soluție.

$\frac{31}{33} = 0,93939... = 0,(93)$. **2p**
Așadar $a_1 = a_3 = a_5 = ... = a_{2023} = a_{2025} = 9$ și $a_2 = a_4 = a_6 = ... = a_{2022} = a_{2024} = 3$ **2p**
Deoarece $2025 = 2 \cdot 1012 + 1$, numărul apariției a cifrei 9 între zecimalele $a_1, a_2, a_3, ..., a_{2025}$ este 1013. **3p**

Problema 3.

Știm că numerele $1, 4, 7, ..., 298$ formează o progresie aritmetică finită.

a) Căți termeni are progresia?

b) Verificați dacă numerele 80 și 226 sunt termeni al șirului! Dacă da, al cătelea?

Urus József-Norbert, Sfântu Gheorghe

Soluție.

a) Observăm că progresia aritmetică dată are o rație de $r = 3$, iar termenii progresiei sunt:

$$\begin{aligned} 1 &= 0 \cdot 3 + 1, \\ 4 &= 1 \cdot 3 + 1, \\ 7 &= 2 \cdot 3 + 1, \\ &\cdots \\ 295 &= 98 \cdot 3 + 1 \\ 298 &= 99 \cdot 3 + 1 \end{aligned}$$

Astfel progresia dată are 100 de termeni. **2p**

b) Se poate observa că termenii din șirul sunt numere naturale, pe care dacă le împărțim la 3, dau 1 ca rest.
$80 = 26 \cdot 3 + 2 \Longrightarrow$ Numărul 80 nu este un termen al progresiei date.
$226 = 75 \cdot 3 + 1 \Longrightarrow$ Numărul 225 este un termen al progresiei date. **3p**
În progresia aritmetică dată un număr natural de forma $3n + 1$ este termenul al $(n + 1)$-lea.
Deci numărul 226 este termenul al 76-lea **2p**

Problema 4.

Se consideră triunghiul ABC, punctele M, N și P astfel încât $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MC}, \overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{NC}, \overrightarrow{AP} = 3\overrightarrow{PB}$ și Q mijlocul segmentului $[PM]$.

a) Demonstrați că $\overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ și $\overrightarrow{BQ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{8}\overrightarrow{BA}$.

b) Demonstrați că punctele B, Q, N sunt coliniare.

c) Calculați valoarea raportului $\frac{BQ}{QN}$.

Kajtár Edith, Dănești

Soluție.

a) $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}\right) = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$. **2p**
$\overrightarrow{BQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{BP}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{8}\overrightarrow{BA}$. **2p**

b) $\overrightarrow{BQ} = \frac{3}{8}\overrightarrow{BN} \Longrightarrow B, Q, N$ sunt puncte coliniare. **2p**

c) $\frac{BQ}{BN} = \frac{3}{8} \Longrightarrow \frac{BQ}{QN} = \frac{3}{5}$. **1p**