VII. Országos Magyar Matematikaolimpia
XXXIV. EMMV
megyei szakasz, 2025. február 1.

VI. osztály

1. feladat. Kató, Laci, Melinda és Norbi jó barátok, mindegyiknek van kutyája, kedvenc csokija és családjuk különböző márkájú kocsit használ. A kutyák neve valamilyen sorrendben: Bodri, Füles, Morzsa, Tücsök. A használt autómárkák: Ford, Honda, Opel, Skoda és a kedvenc csokifajták: fekete csoki, tejcsoki, mogyorós csoki és marcipános csoki (valamilyen sorrendben). A következőket tudjuk róluk:

(1) Bodri gazdája a mogyorós csokoládét szereti.

(2) Norbi egy Hondában utazik sízni és fekete csokit eszik.

(3) Kató minden nap sétálni viszi Fülest.

(4) Tücsök gazdája az Opelt kedveli.

(5) Melinda mindig tejcsokoládét vásárol.

(6) Füles a Skoda hátsó ülésén utazik.

Hogy hívják Morzsa gazdáját? Ki szereti a marcipános csokit? Ki utazik Ford autóban?
(Írd le a gondolatmenetedet lépésről lépésre!)

2. feladat. Adottak az $\widehat{AOA_1} = 2°$, $\widehat{A_1OA_2} = 3°$, $\widehat{A_2OA_3} = 4°$, $\ldots$, $\widehat{A_{n-1}OA_n} = (n+1)°$ szögek úgy, hogy az előbbi felsorolásban közvetlenül egymás után következő szögek egymás melletti szögek legyenek és a felsorolt szögek mértékének összege 135°.

a) Tudva, hogy n a fenti kijelentésben szereplő szögek száma, határozd meg az n értékét!

b) Ha az OM félegyenes az $\widehat{A_4OA_9}$ szögfelezője, számítsd ki az $\widehat{A_3OM}$ mértékét!

3. feladat. Tekintjük a

$$p, \quad p+3^k, \quad p+3^{k+1}, \quad p+3^{k+2}, \quad p+3^{k+3}$$

számokat, ahol a k és p valamilyen természetes számok.

a) Igazold, hogy az előbb felsorolt öt szám közül valamelyik osztható 5-tel!

b) Lehet-e p páratlan, ha a felsorolt öt szám mindegyike prímszám?

c) Határozd meg a k és p természetes számokat, amelyekre a felsorolt öt szám mindegyike prímszám!

4. feladat. a) Határozd meg az $\overline{ab}$ természetes számot, amelyre

$$\frac{\overline{aab}}{\overline{aa}-7}=15.$$

b) Határozd meg azt az $\overline{abcd}$ természetes számot, amelyre

$$\frac{\overline{abcd}}{\overline{cd}+2}=75 \quad \text{és} \quad \frac{\overline{abcd}}{\overline{ab}+5}=81.$$

Megjegyzések: Minden feladat kötelező és 10 pontot ér, melyből hivatalból jár 1 pont. Munkaidő: 3 óra.