



VII. Országos Magyar Matematikaolimpia

XXXIV. EMMV

megyei szakasz, 2025. február 1.

V. osztály

- 1. feladat.** a) Igazold, hogy az $a = 2025 \cdot (2025 + 2024 \cdot 2025) : (2025 \cdot 2026 - 2025)$ négyzetszám!
- b) Legyen n a legnagyobb, nullától különböző számjegyekből álló természetes szám, amelyben a számjegyek összege 2025. Határozd meg az n szám 37-tel való osztási maradékát és hányadosát!
- 2. feladat.** Az iskolában Marika felírja a táblára növekvő sorrendben az összes természetes számot, az 1-es számtól kezdve, egészen a 2025-ös számmal bezárólag. A szünetben megérkezik Pisti, és viccből letörli a tábláról a 89-től 113-ig terjedő számokat, beleértve a 89-et és a 113-at is. Miután Marika rászól, hogy hagyja abba, a többi szám érintetlenül a táblán marad. Ekkor Marika kíváncsian kérdezi a következőket.
- a) A táblán maradt számoknak összesen hány számjegye van?
- b) A táblán maradt számok sorában melyik számjegy található a 2025-dik helyen? Indokold meg a helyes választ!
- 3. feladat.** Józsi és Karcsi társasjátékot játszanak és a továbblépéshez maguk választottak feltételeket, egy piros és egy sárga dobókockával történő dobás alapján. Józsi akkor léphet, ha a két kockával dobott értékek összegének és szorzatának összege páros szám. Karcsi pedig akkor léphet, ha ez a szám páratlan. Két dobás eredményét azonosnak tekintjük, ha az azonos színű kockákon ugyanaz a szám jelenik meg a két dobás során. Hányféle különböző eredménye lehet a dobásoknak, ha a két kockával mindig egyszerre dobunk? Ebből hány esetben léphet Karcsi és hány esetben léphet Józsi? Indokold meg a választ!
- 4. feladat.** a) Határozd meg a $3^{10} + 5^{10}$ szám utolsó számjegyét!
- b) Milyen n pozitív természetes számokra lesz a 81^n utolsó két számjegye ...01?
- c) Határozd meg a $3^{2025} + 5^{2025}$ utolsó két számjegyét!